**Спектральна кластеризація. Концепція зв'язності графів.**

Спектральна кластеризація — це метод групування об'єктів (зазвичай векторів даних) на основі аналізу власних значень і власних векторів матриці схожості чи вагової матриці графа, що представляє відносини між об'єктами. Основна ідея полягає в тому, що схожі об'єкти мають схожі власні вектори, і, отже, можуть бути об'єднані в один кластер.

Концепція зв'язності графів також важлива для розуміння спектральної кластеризації. Граф - це математична структура, що складається з вузлів (вершин) і ребер (зв'язків), які об'єднують вузли. Зв'язність графа вказує на те, наскільки легко можна пройти від одного вузла до іншого.

У контексті спектральної кластеризації зв'язність графа може визначатися через матрицю схожості між вузлами. Якщо вузли графа схожі між собою, то матриця схожості буде мати великі значення для пар схожих вузлів, і велика частина графа буде зв'язана. На відміну, якщо вузли менше схожі, значення в матриці схожості будуть меншими, і граф буде менш зв'язаним.

Процес спектральної кластеризації включає в себе обчислення власних векторів та власних значень матриці схожості чи лапласіана графа, а потім використання цих векторів для розділення об'єктів на кластери. Схожі об'єкти, які мають схожі власні вектори, зазвичай закінчують у тому ж кластері, що і розв'язок спектральної кластеризації.

Розглянемо спектральну кластеризацію на основі схожості між об'єктами у двовимірному просторі. Припустимо, у нас є набір точок:

A (1, 2)

B (2, 3)

C (2, 5)

D (3, 4)

E (5, 6)

F (6, 5)

Ми можемо визначити схожість між точками, наприклад, використовуючи відстань між ними. Для простоти ми будемо використовувати відстань Евкліда. Після обчислення відстаней ми отримаємо матрицю схожості:

A B C D E F

A 0 1 3 2 5 6

B 1 0 2 1 4 5

C 3 2 0 1 3 2

D 2 1 1 0 3 2

E 5 4 3 3 0 1

F 6 5 2 2 1 0

Ця матриця схожості може бути використана для побудови лапласіана графа або іншої матриці, яка може бути використана для спектральної кластеризації.

Після обчислення власних векторів та власних значень ми можемо використовувати їх для розділення точок на кластери. Наприклад, якщо ми розглядаємо два найменших власних вектори, можемо використовувати їхні значення як координати у новому просторі і застосовувати до них, наприклад, k-середніх або інших методів кластеризації для визначення кластерів.

Це лише загальний приклад, і реальна реалізація спектральної кластеризації може бути більш складною в залежності від конкретного використання та вибору схожості між об'єктами.

**Авторегресійна (AR) модель:**

Авторегресійна модель (AR) є статистичною моделлю, яка описує залежність між значеннями змінної в часі та її попередніми значеннями. У вигляді рівняння AR(p), де p - це порядок моделі, вона визначається наступним чином:

y(t)=c+ϕ 1y(t−1)+ϕ 2y(t−2)+…+ϕ p y(t−p)+ϵ t,

*y*(*t*) - значення змінної в часі на момент часу �*t*,

�*c* - константа (зсув),  
�1,�2,…,��*ϕ*1​,*ϕ*2​,…,*ϕp*​ - параметри моделі,

�(�−1),�(�−2),…,�(�−�)*y*(*t*−1),*y*(*t*−2),…,*y*(*t*−*p*) - попередні значення змінної,

��*ϵt*​ - білий шум з нульовим середнім та фіксованою дисперсією.

Ця модель дозволяє враховувати попередні значення змінної для прогнозування її майбутніх значень. Важливо вибрати правильний порядок моделі (значення �*p*), що визначає, скільки попередніх значень використовується для прогнозу.

****Приклад:****

Нехай у нас є часовий ряд температур:

20,22,25,24,21,23,26,28,30,29,2720,22,25,24,21,23,26,28,30,29,27

Ми можемо побудувати AR(2) модель:

�(�)=�+�1�(�−1)+�2�(�−2)+��*y*(*t*)=*c*+*ϕ*1​*y*(*t*−1)+*ϕ*2​*y*(*t*−2)+*ϵt*​

де �(�)*y*(*t*) - температура на момент часу �*t*, �1*ϕ*1​ і �2*ϕ*2​ - параметри моделі.

Ця модель буде враховувати вплив двох попередніх значень температури на її поточне значення. Параметри можуть бути оцінені за допомогою статистичних методів, таких як метод найменших квадратів.

窗体底端